

Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Sample Event (Individual)

香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 – 样本 (个人)

- (i) If $a = -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \cdots + 100$, find a .

$a =$

若 $a = -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \cdots + 100$, 求 a 。

- (ii) The sum of the first b positive odd numbers is $2a$. Find b .

$b =$

首 b 个正奇数之和是 $2a$ 。求 b 。

- (iii) A bag contains b white balls and 3 black balls. Two balls are drawn from the bag at random. If the probability of getting 2 balls of different colours is $\frac{c}{13}$, find c .

$c =$

袋中有白球 b 个，黑球 3 个。现任意取出二球。若得到两个不同颜色的球的概率为 $\frac{c}{13}$ ，求 c 。

- (iv) If the lines $cx + 10y = 4$ and $dx - y = 5$ are perpendicular to each other, find d .

$d =$

若直线 $cx + 10y = 4$ 及 $dx - y = 5$ 互相垂直，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Event 1 (Individual)

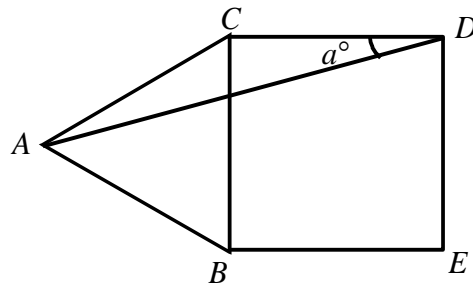
香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 1 (个人)

- (i) In the figure, ABC is an equilateral triangle and $BCDE$ is a square. If $\angle ADC = a^\circ$, find a .

$a =$

如图所示， ABC 是等边三角形， $BCDE$ 是正方形。若 $\angle ADC = a^\circ$ ，求 a 。



- (ii) If $rb = 15$ and $br^4 = 125a$, where r is an integer, find b .

$b =$

若 $rb = 15$ ，且 $br^4 = 125a$ ，其中 r 是整数，求 b 。

- (iii) If the positive root of the equation $bx^2 - 252x - 13431 = 0$ is c , find c .

$c =$

若方程 $bx^2 - 252x - 13431 = 0$ 之正根是 c ，求 c 。

- (iv) Given $x \# y = \frac{y-1}{x} - x + y$. If $d = 10 \# c$, find d .

$d =$

已知 $x \# y = \frac{y-1}{x} - x + y$ 。若 $d = 10 \# c$ ，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Event 2 (Individual)

香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 2 (个人)

- (i) If $a^2 - 1 = 123 \times 125$ and $a > 0$, find a .

$a =$

若 $a^2 - 1 = 123 \times 125$, 且 $a > 0$, 求 a 。

- (ii) If the remainder of $x^3 - 16x^2 - 9x + a$ when divided by $x - 2$ is b , find b .

$b =$

若 $x^3 - 16x^2 - 9x + a$ 除以 $x - 2$ 之余数为 b , 求 b 。

- (iii) If an n -sided polygon has $(b + 4)$ diagonals, find n .

$n =$

若一凸 n 边形有 $(b + 4)$ 条对角线, 求 n 。

- (iv) If the points $(3, n)$, $(5, 1)$ and $(7, d)$ are collinear, find d .

$d =$

若点 $(3, n)$ 、 $(5, 1)$ 、 $(7, d)$ 共线, 求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Event 3 (Individual)

香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 3 (个人)

- (i) If the 6-digit number $168a26$ is divisible by 3, find the greatest possible value of a .

$a =$

若 6 位数 $168a26$ 可被 3 整除，求 a 之最大值。

- (ii) A cube with edge a cm long is painted red on all faces. It is then cut into cubes with edge 1 cm long. If the number of cubes with all the faces not painted is b , find b .

$b =$

一个边长 a cm 之正方体在全部面上都涂上红色后，再被分割为边长 1 cm 之正方体。若所有面都未有被涂上颜色之正方体数目为 b ，求 b 。

- (iii) If $(x-85)(x-c) = x^2 - bx + 85c$, find c .

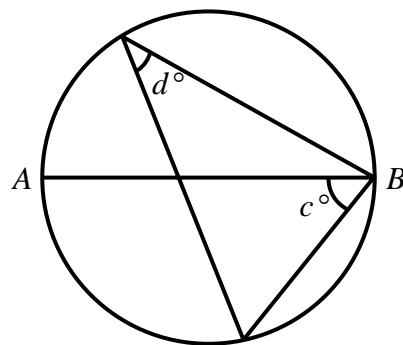
$c =$

若 $(x-85)(x-c) = x^2 - bx + 85c$ ，求 c 。

- (iv) In the figure, AB is a diameter of the circle. Find d .

$d =$

在图中， AB 是该圆形的直径。求 d 。



Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Event 4 (Individual)

香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 4 (个人)

(i) Given $x - \frac{1}{x} = 3$. If $a = x^2 + \frac{1}{x^2}$, find a .

$a =$

已知 $x - \frac{1}{x} = 3$ 。若 $a = x^2 + \frac{1}{x^2}$ ，求 a 。

(ii) If $f(x) = \log_2 x$ and $f(a+21) = b$, find b .

$b =$

若 $f(x) = \log_2 x$ ，且 $f(a+21) = b$ ，求 b 。

(iii) If $\cos \theta = \frac{8b}{41}$, where θ is a positive acute angle, and $c = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\tan \theta}$, find c .

$c =$

若 $\cos \theta = \frac{8b}{41}$ ，其中 θ 为正锐角，且 $c = \frac{1}{\sin \theta} + \frac{1}{\tan \theta}$ ，求 c 。

(iv) Two dice are tossed. If the probability of getting a sum of 7 or c is $\frac{d}{18}$, find d .

$d =$

两骰同掷，得和为 7 或 c 之概率为 $\frac{d}{18}$ ，求 d 。

Hong Kong Mathematics Olympiad (1990 – 91)

Event 5 (Individual)

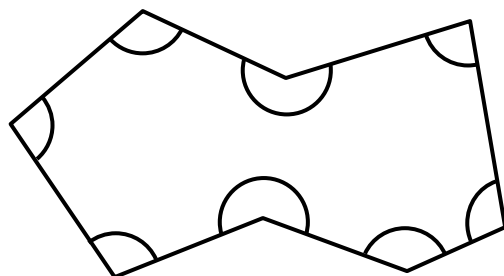
香港数学竞赛 (1990 – 91)

决赛项目 5 (个人)

- (i) In Figure 1, if the sum of the interior angles is a° , find a .

$a =$

在图 1 中，若多边形之内角和是 a° ，求 a 。



(Figure 1) (图 1)

- (ii) If the n^{th} term of the arithmetic progression $80, 130, 180, 230, 280, \dots$ is a , find n .

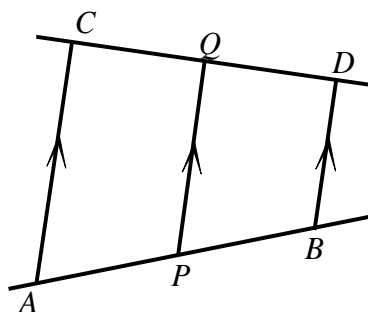
$b =$

若算术级数 $80, 130, 180, 230, 280, \dots$ 之第 n 项是 a ，求 n 。

- (iii) In Figure 2, $AP : PB = 2 : 1$. If $AC = 33 \text{ cm}$, $BD = n \text{ cm}$, $PQ = x \text{ cm}$, find x .

$x =$

在图 2 中， $AP : PB = 2 : 1$ 。若 $AC = 33 \text{ cm}$ ， $BD = n \text{ cm}$ ， $PQ = x \text{ cm}$ ，求 x 。



(Figure 2) (图 2)

(iv) If $K = \frac{\sin 65^\circ \tan^2 60^\circ}{\tan 30^\circ \cos 30^\circ \cos x^\circ}$, find K .

$K =$

若 $K = \frac{\sin 65^\circ \tan^2 60^\circ}{\tan 30^\circ \cos 30^\circ \cos x^\circ}$, 求 K 。